LE CONICHE



Indice

INTRODUZIONE 3
Le Coniche: Definizione, Tipologie e Storia 3
Nascita delle coniche 3
Le Quattro Tipologie di Coniche 3
Scopo dell'attività laboratoriale e strumenti 4
0. RAGIONAMENTI PROPEDEUTICI 5
1. CIRCONFERENZA 6
2. CIRCONFERENZA E ELLISSE 7
3. PARABOLA E ELLISSE 9
4. IPERBOLE E PARABOLA 11
5. IPERBOLE 13
6. SALVATAGGIO E STAMPA 14
Come salvare il materiale 14
Come procedere alla stampa 14
Lo “SLICING” del solido 14
La stampa 14

INTRODUZIONE

Le Coniche: Definizione, Tipologie e Storia

Le **coniche** sono curve geometriche ottenute dall'intersezione di un piano con un cono a due falde. Il primo a studiare le coniche fu **Menecmo**, un matematico greco del IV secolo a.C., che le utilizzò per risolvere problemi geometrici, come la duplicazione del cubo. Successivamente, **Apollonio di Perga** (III secolo a.C.) approfondì lo studio delle coniche, dando loro i nomi che usiamo oggi: **circonferenza, ellisse, parabola e iperbole**. Il suo trattato *Le Coniche* divenne un'opera fondamentale nella matematica. Durante il Rinascimento, matematici come **René Descartes e Pierre de Fermat** introdussero la geometria analitica, permettendo di descrivere le coniche con equazioni algebriche. Nel XVII secolo, **Isaac Newton** dimostrò che le orbite dei pianeti seguono traiettorie ellittiche, come descritto dalle leggi di Keplero, confermando l'importanza delle coniche in fisica e astronomia.

Nascita delle coniche

Data una retta r (generatrice) nello spazio che intersechi in V la retta a, si chiama superficie conica a due falde la superficie generata da una rotazione completa di r attorno ad a. La parte di spazio racchiusa dalla superficie è detta cono a due falde. L'angolo o che r forma con a si chiama semiapertura. L'asse di rotazione è anche asse di simmetria del cono. V è detto vertice del cono. La parabola, la circonferenza, l'ellisse e l'iperbole sono dette anche sezioni coniche o semplicemente coniche proprio perché tali curve si possono ottenere sezionando con un piano, non passante per il vertice, una superficie conica a due falde.

Le Quattro Tipologie di Coniche

A seconda dell'inclinazione del piano rispetto all'asse del cono, si ottengono quattro diversi tipi di coniche:

1. **Circonferenza** → Si ottiene quando il piano taglia il cono perpendicolarmente al suo asse. È una curva chiusa, con tutti i punti equidistanti dal centro.
    - **Equazione**: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$
2. **Ellisse** → Si ottiene quando il piano interseca il cono con un'inclinazione minore dell'angolo del cono, ma senza essere perpendicolare. Ha due fuochi e descrive molte traiettorie astronomiche.
    - **Equazione**: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

- **Esempio**: Le orbite dei pianeti attorno al Sole.

3. **Parabola** → Si ottiene quando il piano è parallelo a un lato del cono. È una curva aperta con un solo fuoco.
   - **Equazione**: $y = ax^2 + bx + c$
   - **Esempio**: La traiettoria di un proiettile in assenza di resistenza dell'aria.
4. **Iperbole** → Si ottiene quando il piano interseca entrambe le falde del cono, generando due rami distinti. Ha due fuochi e una simmetria particolare.
   - **Equazione**: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$
   - **Esempio**: Le traiettorie delle comete che passano vicino al Sole e poi si allontanano definitivamente.

Scopo dell'attività laboratoriale e strumenti

Lo scopo dell'esperimento è quello di riuscire a creare un cono suddiviso da 3 piani ideali (virtuali) in varie parti grazie all'utilizzo della stampa 3D. In particolare il cono rappresenta quello che nasce dalla rotazione della retta *r* attorno all'asse di rotazione *a.* Le varie parti in cui sarà diviso il cono avranno una superficie uguale ad una delle 4 coniche. In questo modo, al variare dell'inclinazione del piano di sezione, potremmo dimostrare le tipologie di sezioni coniche.

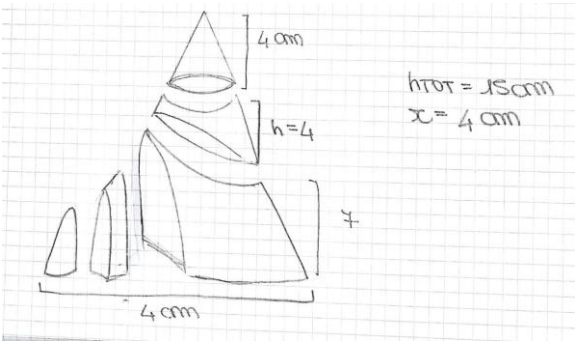
Lo strumento principale per realizzare il lavoro è "FreeCAD". Questo, infatti, consente di generare delle immagini 3D che poi verranno salvate sul supporto di gitale ed infine trasmesse alla stampante. Attraverso questo software possiamo sezionare la figura di partenza (quella del cono) come se lo stesse facendo il piano inclinato per far sì di ottenere dei pezzi che coincidano tra loro una volta stampati.

0. RAGIONAMENTI PROPEDEUTICI

Il lavoro per la costruzione di questo solido è iniziato con una discussione per decidere quali misure utilizzare per realizzarlo; infatti, in questo capitolo tratteremo delle ipotesi che sono state fatte dalla classe riguardanti questo campo.

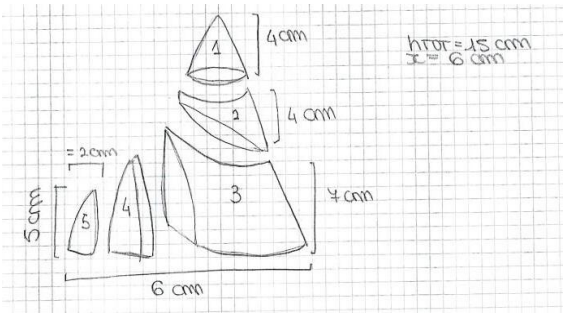
Abbiamo dovuto tenere conto delle misure che poteva sostenere la stampante 3D e allo stesso modo quelle che erano più adatte a raffigurare al meglio le 4 coniche.

- **1 IPOTESI**: inizialmente la classe ha proposto di realizzare un cono alto 150 mm e di raggio 40 mm.



Applicando queste misure su FreeCAD ci siamo accorti che la figura 5 (iperbole) sarebbe stata talmente piccola in larghezza che non saremmo riusciti a realizzarla.

- **2 IPOTESI**: Avendo riscontrato questo problema abbiamo deciso di cambiare le misure del raggio del cono, ovvero 60 mm.



A questo punto, per verificare che il raggio fosse abbastanza grande per rappresentare la figura 5 abbiamo eseguito la seguente proporzione:

150:50=60:x (x equivale alla misura orizzontale della figura 5)

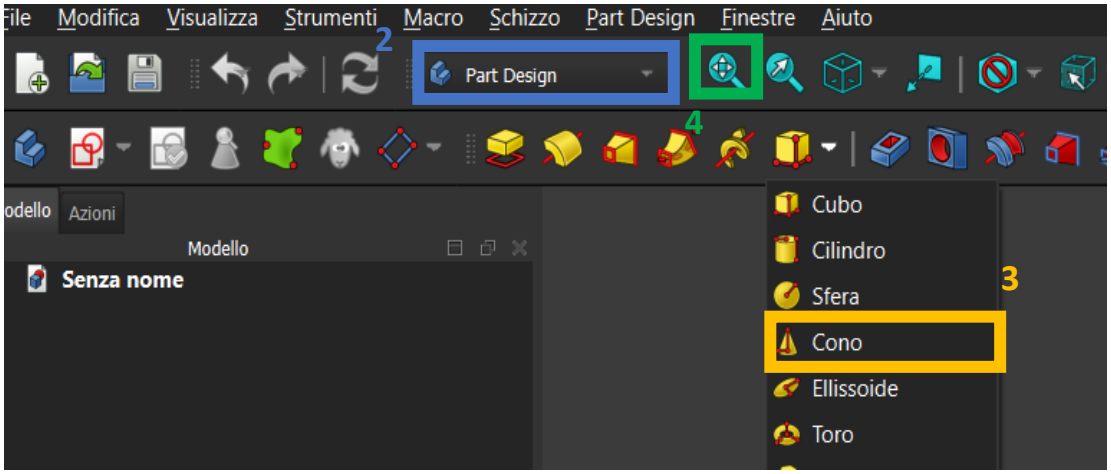
x=20 mm => la distanza orizzontale dall'asse del cono viene 60-20 = 40 mm.

20 mm è una misura sufficiente per rappresentare la figura.

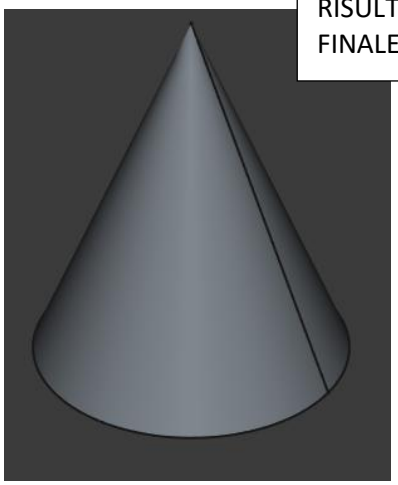
1. CIRCONFERENZA

Per realizzare la sezione di cono contenente la circonferenza bisogna seguire questi passaggi da eseguire sul software FreeCAD:

1. Aprire FreeCAD
2. Andare sulla sezione **Part Design**
3. Crea un **Cono** di misure : r1 **= 16,00 mm**; r2 = **0,00 mm**; h = **40,00 mm**
4. Clicca su **Visualizza tutto** per centrare il cono





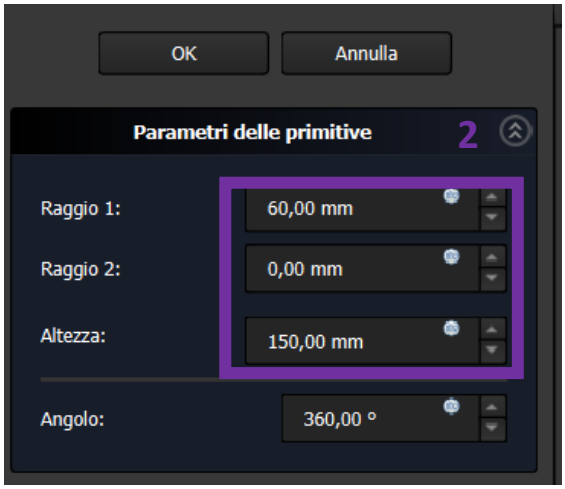


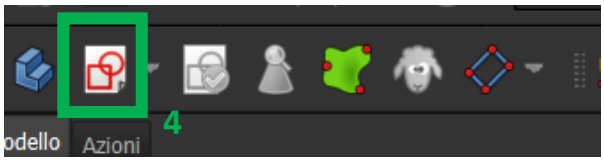
RISULTATO FINALE

2. CIRCONFERENZA E ELLISSE

Per realizzare la sezione di cono contenente la circonferenza e l'ellisse bisogna seguire questi passaggi da eseguire sul software FreeCAD:

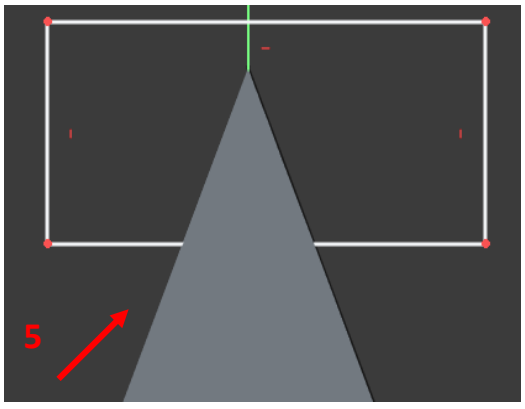
1. Andare nella sezione **Part Design**
2. Creare un **Cono** con **r1= 60 mm r2= 0mm e h= 150mm**
3. Cliccare su **Visualizza tutto** per centrare il cono
4. Selezionare **Crea uno schizzo** e cliccare sul **Piano XZ**
5. Clicca su **Crea rettangolo,** disegnalo in modo che comprenda la parte da tagliare e premi **Esc**
6. Selezionare il vertice del rettangolo in basso a destra e l'asse delle ascisse e selezionare **Distanza verticale**
7. Imponi come distanza **110 mm**
8. Clicca su **Chiudi** per uscire dalla modalità schizzo
9. Seleziona la funzione **Tasca**
10. Seleziona le opzioni **Simmetrica al piano** e **Attraverso tutto**
11. Ripeti il passaggio **4**
12. Selezionare **Polilinea** e disegnare un trapezio che comprenda la parte del solido da tagliare
13. Selezionare il vertice del trapezio più in alto a destra e l'asse delle ascisse
14. Cliccare su **Distanza verticale** e inserire **65 mm**
15. Selezionare di nuovo lo stesso vertice e l'asse delle ordinate
16. Cliccare su **Distanza orizzontale** e inserire **50 mm**
17. Seleziona il lato obliquo del trapezio e l'asse delle ascisse
18. Cliccare su **Angolo** e inserisci **30°**
19. Ripeti i passaggi **8, 9 e 10**

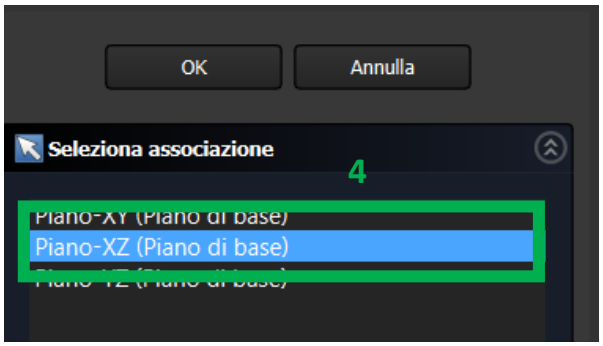


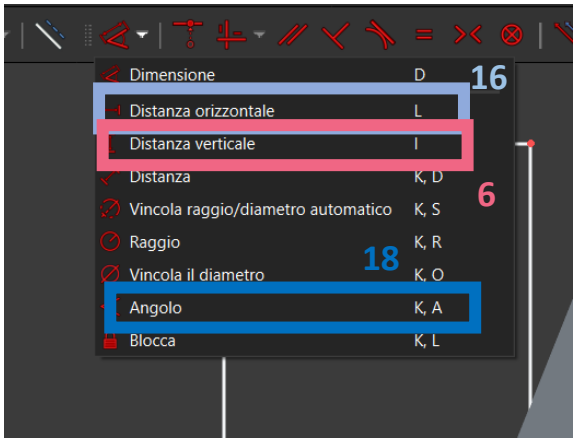


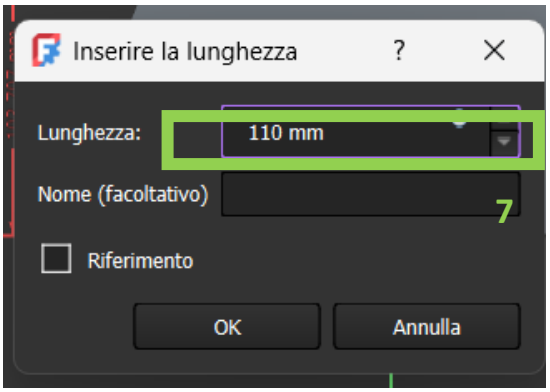


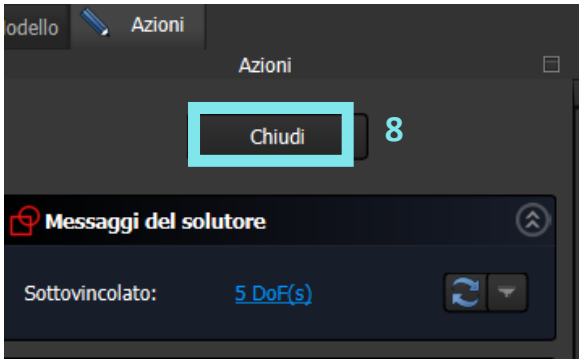


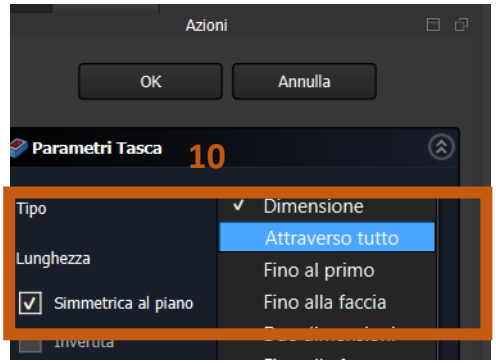


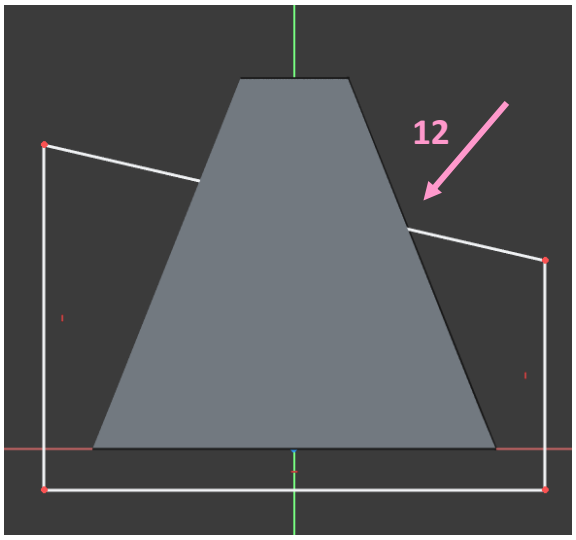


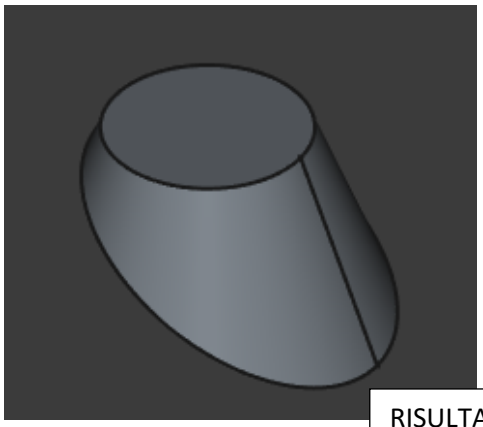




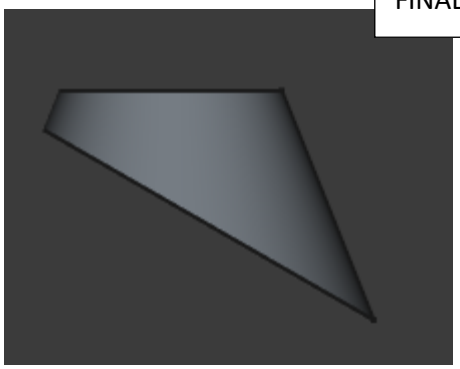








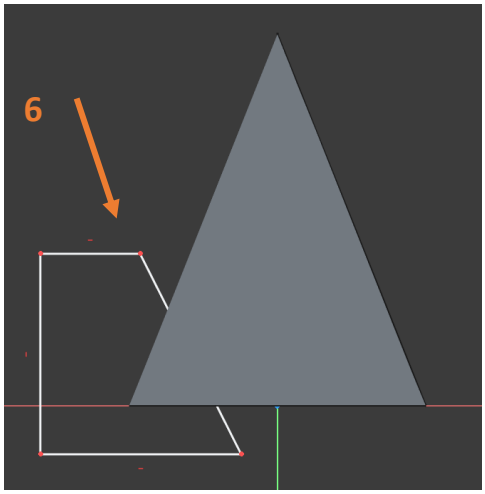
RISULTATO FINALE

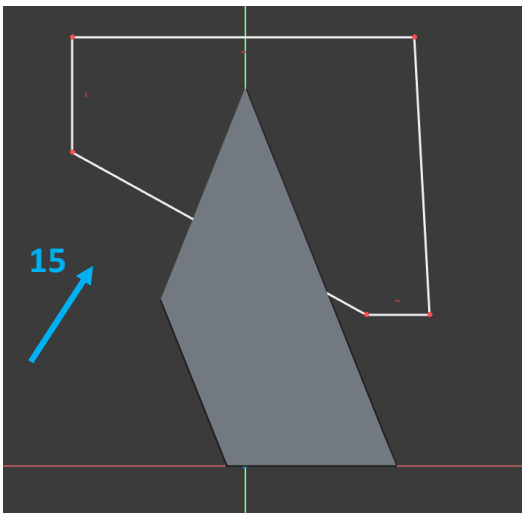


3. PARABOLA E ELLISSE

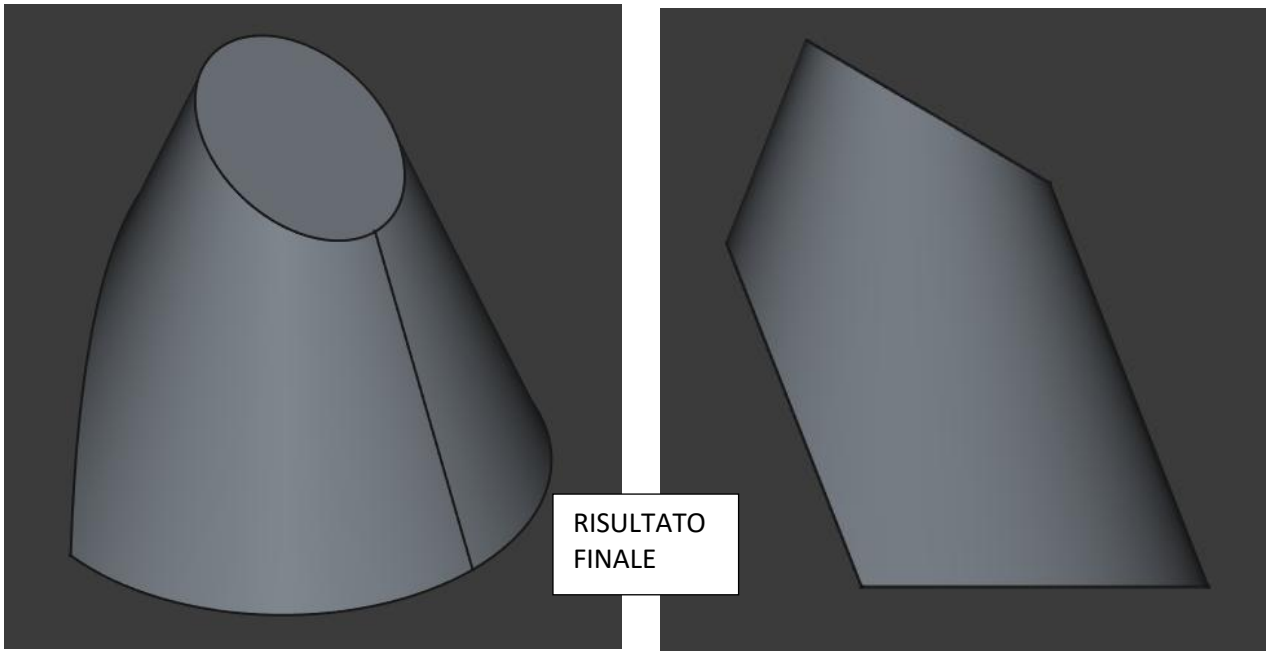
Per realizzare la sezione di cono contenente l'ellisse e la parabola bisogna seguire questi passaggi da eseguire sul software FreeCAD:

1. Andare sulla sezione **Part Design**
2. Crea un cono di misure : r1 **= 60,00 mm**; r2 = **0,00 mm**; h = **150,00 mm**
3. Clicca su **Visualizza tutto** per centrare il cono
4. Clicca sull'icona **Crea uno schizzo** e seleziona nella barra a sinistra il **piano XZ**
5. Seleziona nella barra superiore **Crea polilinea**
6. Disegna un trapezio che possa comprendere la parte da tagliare e poi premi **Esc**
7. Clicca su **Coincidenza** e seleziona il punto del trapezio più vicino all'asse del cono e l'asse stesso
8. Apri la funzione **Distanza verticale** e seleziona il punto cliccato precedentemente e l'asse delle ascisse
9. Imponi una distanza di **18,30 mm**
10. Seleziona **Crea geometria esterna** e cliccare sul lato del cono più a destra per renderlo una retta selezionabile
11. Dai il comando **Parallelo** e seleziona il lato del cono del passaggio precedente e il segmento obliquo del trapezio
12. Elimina la barra sul lato sinistro dello schermo premendo il pulsante **Chiudi**
13. Seleziona **Tasca** nella barra superiore
14. Seleziona le funzioni **Attraverso tutto** e **Simmetrica al piano**
15. Ripeti i passaggi **4, 5 e 6**
16. Dai il comando **Angolo** e seleziona la retta contenente il lato obliquo del trapezio e l'asse delle ascisse
17. Imponi tra esse un angolo di **30°**
18. Dai il comando **Distanza verticale** e seleziona il vertice sinistro del trapezio più vicino all'asse delle ascisse e l'asse delle ascisse
19. Imponi fra loro una distanza di **65,00 mm**
20. Dai Il comando **Distanza orizzontale** e seleziona l'ultimo punto cliccato e l'asse delle ordinate
21. Imponi fra questi una distanza di **50,00 mm**
22. Ripeti i passaggi **12, 13 e 14**





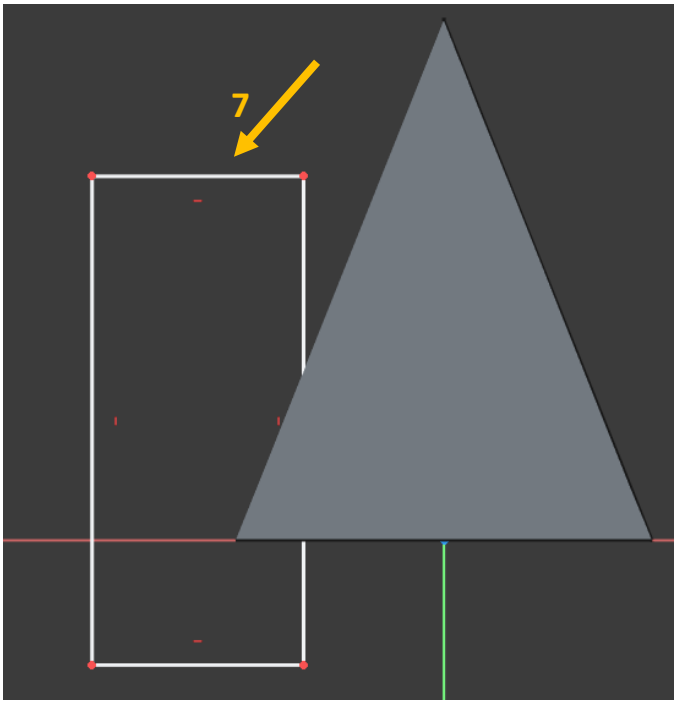

7
11
10

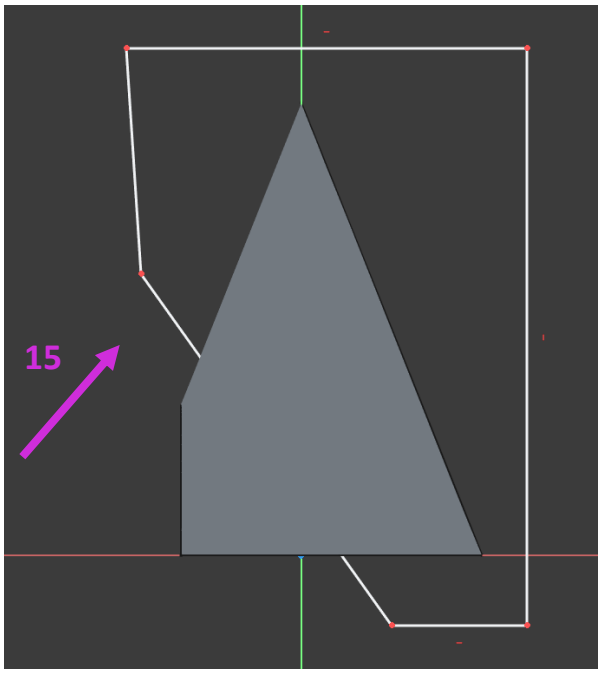

RISULTATO
FINALE

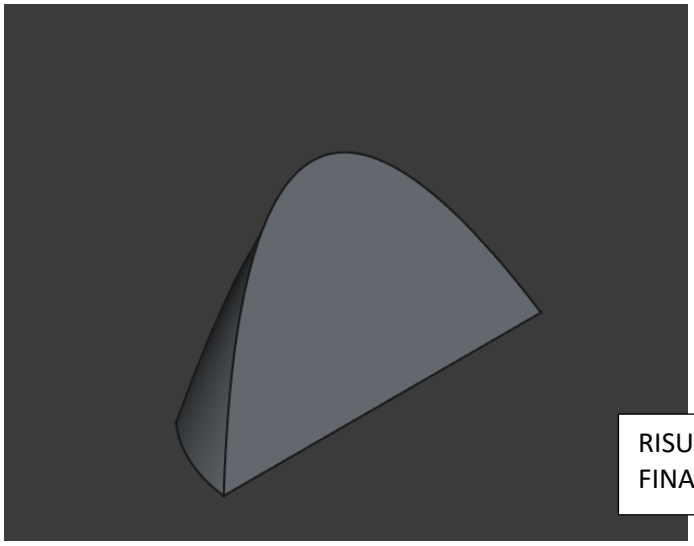
4. IPERBOLE E PARABOLA

Per realizzare la sezione di cono contenente l'iperbole e la parabola bisogna seguire questi passaggi da eseguire sul software FreeCAD:

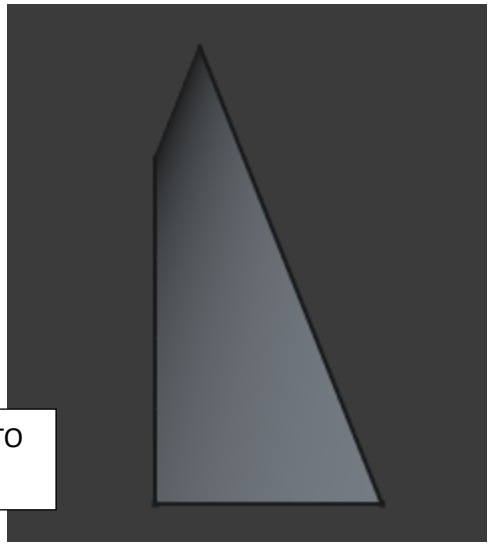
1. Andare sulla sezione **Part Design**
2. Crea un **Cono** e poni come primo raggio **60mm**, come secondo raggio **0mm** e come altezza **150mm**
3. Clicca su **Visualizza tutto** per centrare il cono
4. Clicca su **Crea uno schizzo**
5. Selezionare il **Piano XZ**
6. Clicca su **Crea rettangolo**
7. **Disegna il rettangolo** nel punto in cui vuoi fare il taglio e premi **Esc**
8. Seleziona il vertice del rettangolo in basso a destra e l'asse delle ordinate e clicca su **Distanza orizzontale**
9. Inserisci come distanza **40mm**
10. Elimina la barra sul lato sinistro dello schermo con il pulsante **Chiudi**
11. Clicca su **Tasca**
12. Selezionare **Attraversa tutto** e **Simmetrica al piano**
13. **Ripetere** i passaggi **4 e 5**
14. Clicca su **Crea polilinea**
15. **Disegna la polilinea** nel punto in cui vuoi fare il taglio e premi **Esc**
16. Seleziona il vertice in basso a sinistra e l'asse delle ordinate e clicca su **Coincidenza**
17. Seleziona lo stesso vertice e l'asse delle ascisse e clicca su **Distanza verticale**
18. Inserisci come distanza **18,30mm**
19. Seleziona **Crea geometria esterna** e clicca sul lato più a destra del cono
20. Selezionare il lato obliquo della polilinea e il lato del cono selezionato nel passaggio precedente e cliccare su **Parallelo**
21. **Ripetere** i passaggi **10**, **11 e 12**







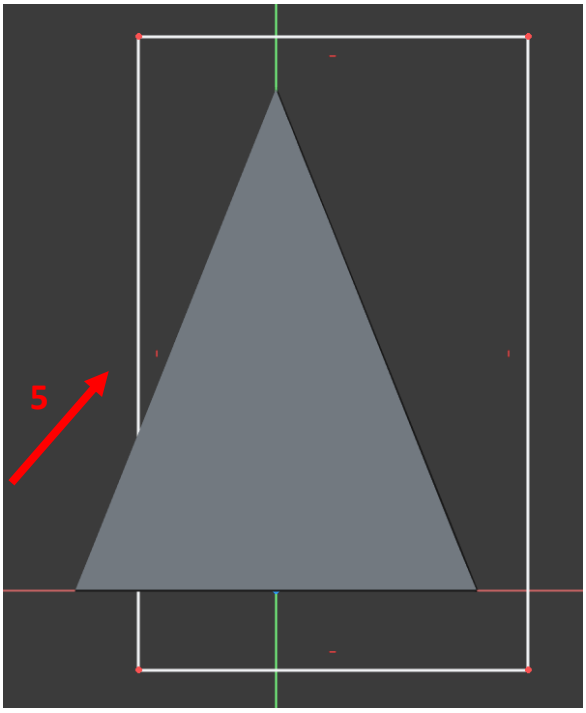
RISULTATO FINALE

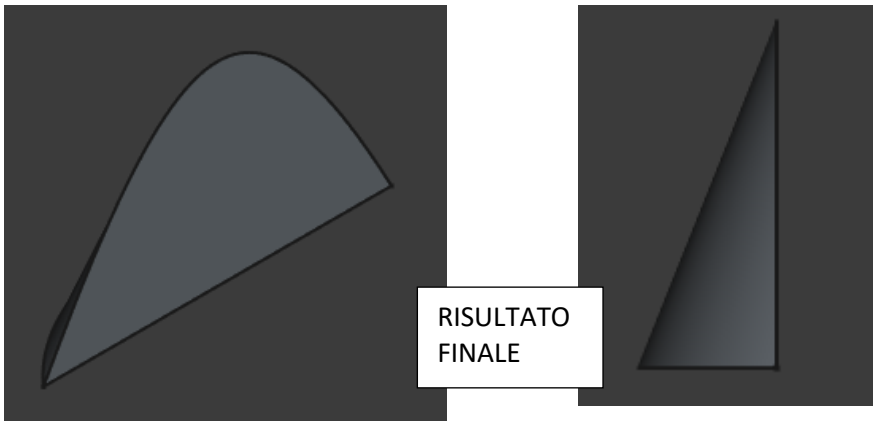


5. IPERBOLE

Per realizzare la sezione di cono contenente l'iperbole bisogna seguire questi passaggi da eseguire sul software FreeCAD:

1. Andare su **Part design** e scegliere tra le varie opzioni la figura **Cono**
2. Mettere come primo raggio **60 mm**, come secondo **0 mm** e come terzo **150 mm**
3. Selezionare **Visualizza tutto** per ridimensionare il cono
4. Cliccare su **Crea schizzo,** selezionare il **Piano XZ**
5. Cliccare su **Crea rettangolo,** creane uno e poi, per deselezionarlo, premere **Esc**
6. Cliccare sul vertice inferiore del lato sinistro e sull'asse delle ordinate
7. Andare su **Dimensione** e scegliere **Distanza orizzontale**
8. Imporre come distanza **40 mm** e cliccare **Chiudi**
9. Infine, andare su **Tasca** e selezionare **Attraversa tutto** e **Simmetrica al piano**





6. SALVATAGGIO E STAMPA

Una volta completato il solido attraverso il software, manca solamente un ultimo passaggio al completamento del lavoro: il salvataggio e la stampa

Come salvare il materiale

Prima di poter stampare il solido, è necessario salvarlo nel formato richiesto, ovvero "STLMesh".

1. Dopo aver completato il solido e aver verificato che ciò che si vuole stampare sia corretto, è necessario accedere alla sezione "Part Design" e selezionare **"Mesh".**
2. Successivamente, si dovrà selezionare il solido da esportare, cliccare sulla casella **"Crea Mesh da una forma"** e mantenere l'opzione standard.
3. Infine, bisognerà andare sulla sezione in alto a sinistra "File", selezionare "Esporta" e salvare il file con il formato **"STLMesh"**, cambiandogli il nome per distinguerlo dagli altri.
   Una volta completati questi passaggi, il file è stato salvato correttamente sul computer.

Come procedere alla stampa

Dopo aver salvato il file sul computer, l'ultimo passaggio consiste nella stampa del file.

1. Una volta salvato il file sul computer, è necessario esportarlo su una **chiavetta USB.**
2. In seguito, sarà necessario ricontrollare il formato di stampa e le specifiche della stampante, inserire la chiavetta nel PC collegato alla stampante e spostare il file su di esso
3. Aprire il file con **"CampuSprint3D"** per iniziare il processo di rifinitura.

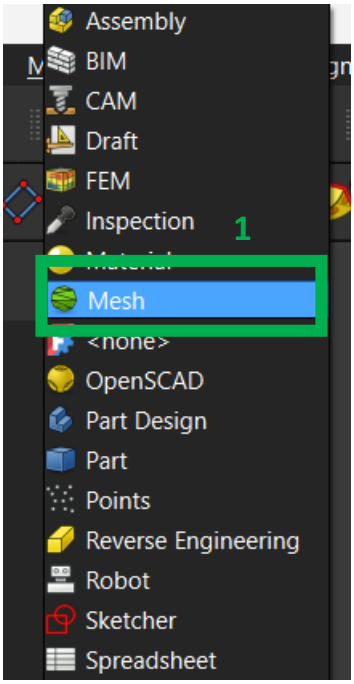
Lo "SLICING" del solido

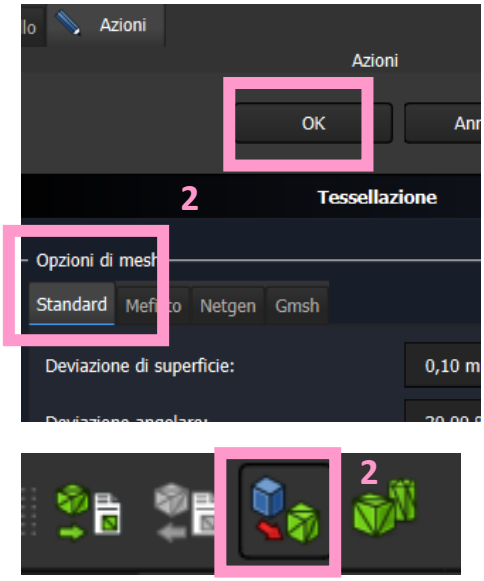
1. Dall'interfaccia di "CampuSprint3D" cliccare il tasto **"Inizia Slicing"**
2. Sull'interfaccia "Stampante" **ridurre la temperatura** dell'estrusore di stampa da 220 C° a 200/205 C° per evitare imprecisioni.
3. Andare su **"Riempimento"** e selezionare nel menù **"Tipo Riempimento"** l'opzione **"Griglia"**
4. Dal menù **"Raft"** cliccare su **"Abilita Raft"** e selezionare **"No"** per rimuovere la struttura di base.
5. Dal menù **"Opzionali"** selezionare "**Abilita Brim"** e scegliere **"Si".** Questo si occupa, in parte, di ripulire i lati del solido.
6. Infine, se la stampante è in rete, inviare il file e procedere con la stampa. Altrimenti risalvare il file sulla chiavetta.

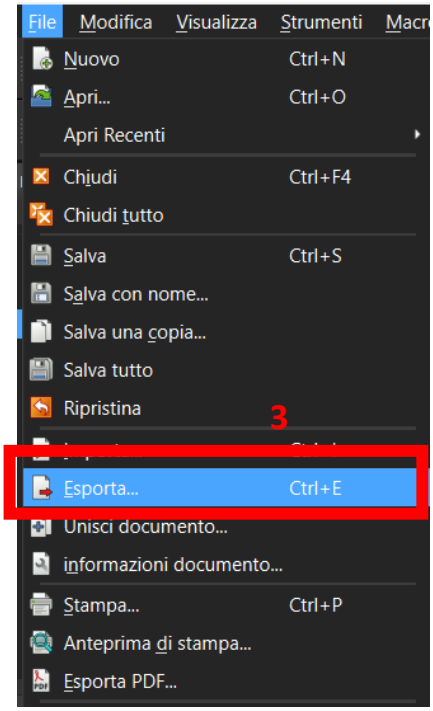
La stampa

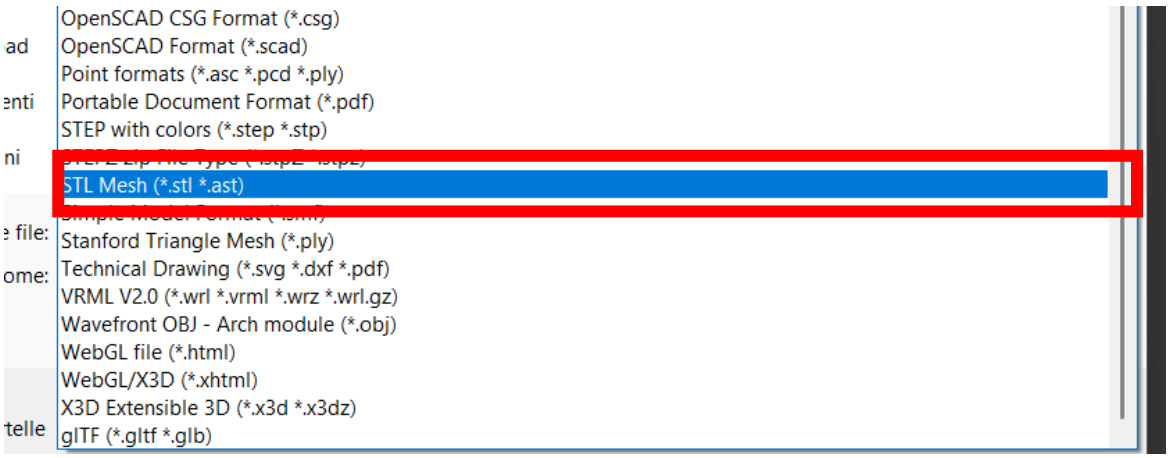
Collegare la chiavetta con il file alla stampante, selezionare la chiavetta sul display della stessa e scegliere il file da stampare.
La stampante 3D si muoverà da sola in quanto le informazioni di stampa devono essere scelte prima attraverso "CampuSprint3D". Se il tutto è corretto, la stampa richiede all'incirca 6 ore.
Al termine estrarre e rifinire i bordi lievemente con carta vetrata .

Il file FreeCad è disponibile a questo indirizzo.


Assembly
BIM
CAM
Draft
FEM
Inspection
1
Mesh
<none>
OpenSCAD
Part Design
Part
Points
Reverse Engineering
Robot
Sketcher
Spreadsheet


Azioni
Azioni
OK
2
Tessellazione
Opzioni di mesh
Standard
Netgen
Gmsh
Deviazione di superficie:
0,10 m
2


File
Modifica
Visualizza
Strumenti
Nuovo Ctrl+N
Apri... Ctrl+O
Apri Recenti
Chiudi Ctrl+F4
Chiudi tutto
Salva Ctrl+S
Salva con nome...
Salva una copia...
Salva tutto
Ripristina
3
Esporta... Ctrl+E
Unisci documento...
informazioni documento...
Stampa... Ctrl+P
Anteprima di stampa...
Esporta PDF...


OpenSCAD CSG Format (*.csg)
OpenSCAD Format (*.scad)
Point formats (*.asc *.pcd *.ply)
Portable Document Format (*.pdf)
STEP with colors (*.step *.stp)
STL Mesh (*.stl *.ast)
Stanford Triangle Mesh (*.ply)
Technical Drawing (*.svg *.dxf *.pdf)
VRML V2.0 (*.wrl *.vrml *.wrz *.wrl.gz)
Wavefront OBJ - Arch module (*.obj)
WebGL file (*.html)
WebGL/X3D (*.xhtml)
X3D Extensible 3D (*.x3d *.x3dz)
glTF (*.gltf *.glb)